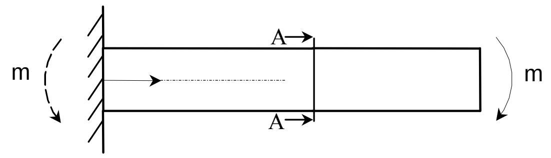
FORMULARIO DI COSTRUZIONE DI MACCHINE E LABORATORIO
AA. 2014-2015

<u>SOLLECITAZIONI SEMPLICI</u>

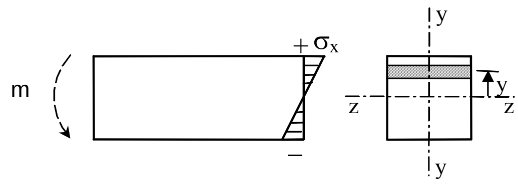
Sforzo Normale: $N = \sigma A$



Flessione pura

$$\sigma_z = \frac{M_{z-z}}{J_{z-z}} y,$$

$$\sigma_{x,max} = \pm \frac{M_{z-z}}{J_{z-z}} y_{max} = \pm \frac{M_{z-z}}{W_{z-z}}$$



Sez. A-A

<u>Calcolo di J_{z-z}</u>

Sezione quadrata di base B ed altezza H: $J_{z-z} = \frac{1}{12} BH^3$

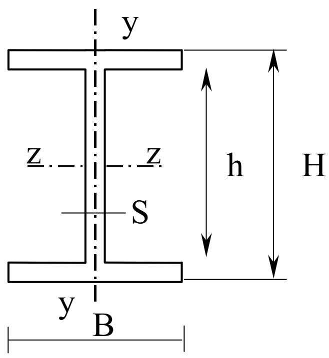
Sezione circolare $J_{z-z} = J_{y-y} = \frac{\pi}{4} R^4 = \frac{\pi}{64} D^4$;

Sezione annulare $J_{z-z} = \frac{\pi}{4}\left(R_e^4 - R_i^4\right)$

Sezione a doppia T:

$$J_{z-z} = \frac{1}{12} BH^3 - \frac{1}{12}(B - S)\, h^3$$

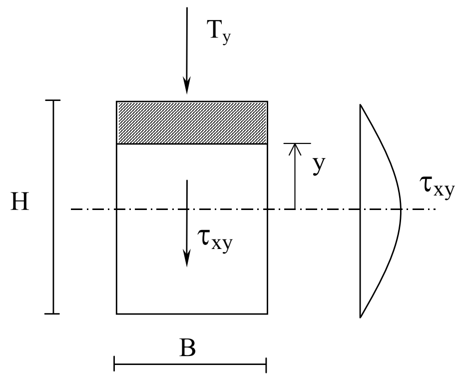
$$J_{y-y} = \frac{1}{12}(H - h)B^3 + \frac{1}{12} h\, S^3$$



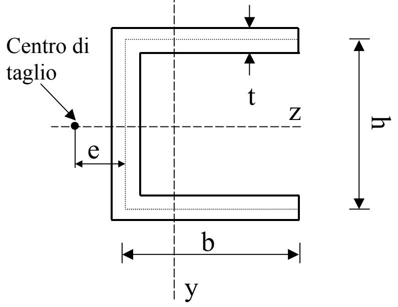
Taglio

$$\tau_{xy} = \frac{T_y}{J_{z-z} b} S_{z-z}$$

Per una sezione rettangolare $S_{z-z} = \frac{B}{2}\left(\frac{H^2}{4} - y^2\right)$



Centro di taglio per una sezione a C



$$e = \frac{t\, b^2\, h^2}{4J_{zz}}$$

Torsione

- *Sezione circolare diametro D*

  $\tau = \frac{M_t}{J_p} r, \quad J_P = \frac{\pi}{32} D^4$

  $\tau_{max} = M_t / W_t \qquad W_t = \pi / 16 \cdot D^3$

  Angolo unitario: $\theta_u = \frac{\gamma}{r} = \frac{\tau}{Gr} = \frac{M_t}{GJ_p}$

  Angolo totale di torsione riferito a una trave di lunghezza L: $\theta = \frac{M_t}{GJ_p} L$

- *Trave a parete sottile*

  $\tau = \frac{M_t}{2\ t\ A^*}$ dove A^* è l'area media

  $\theta_u = \frac{M_t}{4GA^{*2}} \frac{L_m}{t}$

  Se lo spessore t è costante tratti (così come avviene sulle travi a cassone) si avrà:

  $\theta_u = \frac{M_t}{4GA^{*2}} \sum_i \frac{L_i}{t_i}$

  dove t_i è lo spessore del tratto i-esimo di lunghezza L_i.

- *Sezioni a profilo aperto:*

  $\tau_{max} = \beta \frac{M_t}{bt^2} \qquad \vartheta_u = \beta \frac{M_t}{Gbt^3}$

b/t	∞	10	5	3	2.5	2	1.5	1
β	3	3.2	3.44	3.74	3.86	4.06	4.33	4.80

Nel caso di sezione rettangolare con L>3t:

$\tau_{max} = \frac{M_t}{J_t} t_{i,max}$

$\theta_u \cong \frac{M_t}{GJ_t}$

essendo $J_t = \frac{1}{3} \sum_i L_i t_i^3$

CRITERI DI RESISTENZA

1. **Criterio della τ massima (criterio di Guest)**

   $$\sigma_{id} = \sigma_1 - \sigma_3$$

   Per uno stato piano di tensione:

   $$\sigma_{id} = \sqrt{\left(\sigma_x - \sigma_y\right)^2 + 4\tau_{xy}{}^2}$$

2. **Criterio della densità di energia di deformazione totale (criterio di Beltrami)**

   $$\sigma_{id} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\nu\left(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_1\sigma_3\right)}$$

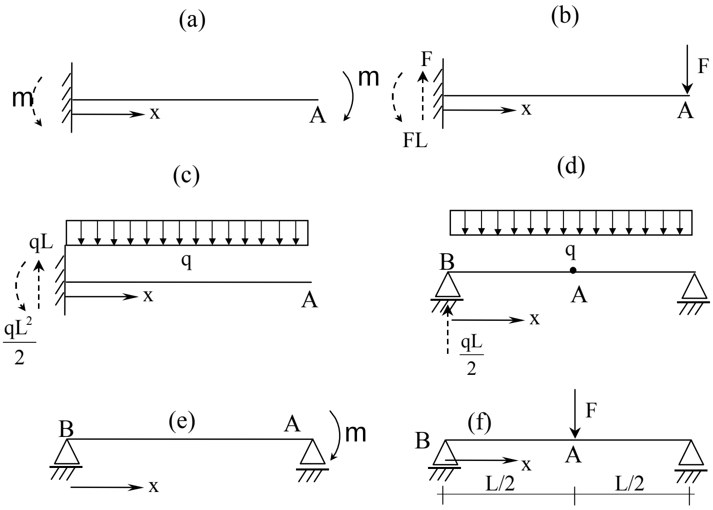
3. **Criterio della densità di energia di deformazione deviatorica (criterio di von Mises)**

   $$\sigma_{id} = \sqrt{\left(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2\right) - \left(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_1\sigma_3\right)}$$

   Per uno stato piano di tensione

   $$\sigma_{id} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x\sigma_y + 3\tau_{xy}^2}$$

EQUAZIONE DELLA LINEA ELASTICA: $\dfrac{d^2\eta}{dx^2} = -\dfrac{M(x)}{EJ}$



Caso (a): $\varphi_A = \dfrac{mL}{EJ}, \quad \eta_A = \dfrac{1}{2}\dfrac{mL^2}{EJ};$

Caso (b): $\varphi_A = \dfrac{1}{2}\dfrac{FL^2}{EJ}, \quad \eta_A = \dfrac{1}{3}\dfrac{FL^3}{EJ}$

Caso (c): $\varphi_A = \dfrac{1}{6}\dfrac{qL^3}{EJ}, \quad \eta_A = \dfrac{1}{8}\dfrac{qL^4}{EJ};$

Caso (d): $\varphi_B = \dfrac{1}{24}\dfrac{qL^3}{EJ}, \quad \eta_A = \dfrac{5}{384}\dfrac{qL^4}{EJ}$

Caso (e): $\varphi_A = \dfrac{1}{3}\dfrac{ML}{EJ}, \quad \varphi_B = -\dfrac{1}{6}\dfrac{ML}{EJ};$

Caso (f): $\varphi_B = \dfrac{1}{16}\dfrac{FL^2}{EJ}, \quad \eta_A = \dfrac{1}{48}\dfrac{FL^3}{EJ}$

TRAVI CURVE

Raggio neutro: $r_n = A / \int_A \frac{dA}{r}$:

- Sezione rettangolare di base b e altezza h: $r_n = h / \ln(r_e / r_i)$
- Sezione circolare: $r_n = \left(\sqrt{r_e} + \sqrt{r_i}\right)^2 / 4$

Distribuzione di tensione: $\sigma_z = \frac{M_f y}{rA(r_g - r_n)} = \sigma_z = \frac{M_f y}{rA\delta}$

FATICA

$\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2}$, $\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2}$, $R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}$, $\sigma_{max} = \frac{2\sigma_a}{1-R}$, $\sigma_{max} = \frac{2\sigma_m}{1+R}$, $\sigma_a = \frac{1-R}{1+R}\sigma_m$

Tratto inclinato della curva di Wöhler: $(\sigma_a)^k \; N = \cos t$

$$\sigma_{A,\text{componente},\, 2\cdot 10^6} = \frac{\sigma_{A,\text{mat base}}}{K_f \; K_d \; K_L}$$

$$k = \frac{\log(2\cdot 10^3)}{\log\left(\frac{\sigma_R}{\sigma_{A,\text{componente},\, 2\cdot 10^6}}\right)} \quad \text{(per R=−1)}$$

- **Sensibilità all'intaglio:** $K_f = 1 + q(K_t - 1)$, $q = \begin{cases} 1/(1 + a/r) & \text{se } r < 2 \\ 1 & \text{se } r \geq 2 \end{cases}$
- **Effetto della tensione media e R:** $\sigma_A\left(\sigma_m^*\right) = \sigma_{A,R=-1}\left(1 - \frac{\sigma_m^*}{\sigma_R}\right)$, $\sigma_A\left(R^*\right) = \frac{\sigma_{A,R=-1}\sigma_R}{\left(\frac{1+R}{1-R}\right)\sigma_{A,R=-1} + \sigma_R}$

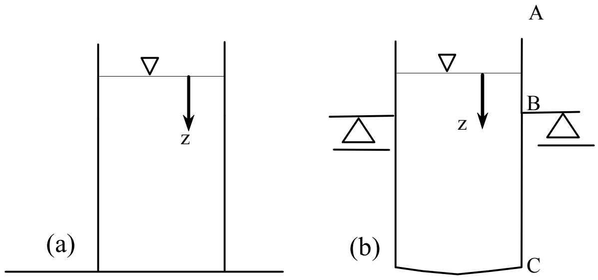
MEMBRANE

Equazione caratteristica: $\frac{\sigma_t}{R_t} + \frac{\sigma_m}{R_m} = \frac{p}{t}$

1. **Recipiente cilindrico a parete sottile di spessore t, dotato di due fondi di estremità semisferici di raggio R_0.**

   - Parete cilindrica: $\sigma_t = \frac{p}{t} R_0$, $\sigma_m = \frac{pR_0}{2t} = \frac{\sigma_t}{2}$
   - Fondo semisferico: $\sigma_t = \sigma_m = \frac{pR_0}{2t}$

2. **Serbatoio cilindrico di raggio R_0 e spessore t, contenente un fluido di peso specifico γ**



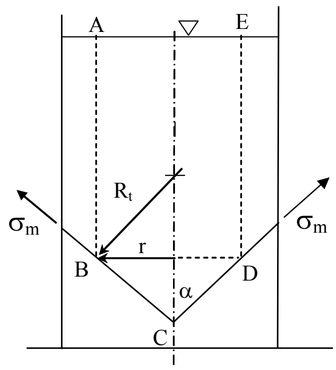
Tensione trasversale: $\sigma_t = \frac{\gamma z}{t} R_0$

Tensione meridiana:

Caso (a): è nulla sulle pareti cilindriche del recipiente;

Caso (b): è nulla nel tratto AB. Nel tratto BC, $W = 2\pi\sigma_m R_0 t$ dove W è il peso del fluido

3. **Recipiente con pareti cilindriche di raggio R e spessore t e fondo conico**



$R_t = \frac{r}{\cos\alpha}$

Parete cilindrica: $\sigma_t = \frac{\gamma z}{t} R_0$

Punto B: $\sigma_t = \frac{\gamma\, z_B\, r}{t\cos\alpha}$, $W_{ABCDE} = 2\pi\sigma_m r t \cos(\alpha)$

MATRICI DI RIGIDEZZA

- **Asta nel proprio sistema di riferimento**: $[K] = \frac{EA}{L}\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$

- **Asta nel sistema di riferimento di struttura**: $[\overline{K}] = \frac{EA}{L}\left[\begin{array}{c:c} A & -A \\ \hdashline -A & A \end{array}\right]$

dove il minore [A] vale: $[A] = \begin{bmatrix} \ell_x^2 & \ell_x m_x \\ \ell_x m_x & m_x^2 \end{bmatrix}$

- **Trave:**

$$[K] = \left[\begin{array}{c:c:c:c:c:c} EA/L & 0 & 0 & -EA/L & 0 & 0 \\ \hdashline 0 & M & T & 0 & -M & T \\ \hdashline 0 & T & 2S & 0 & -T & S \\ \hdashline -EA/L & 0 & 0 & -EA/L & 0 & 0 \\ \hdashline 0 & -M & -T & 0 & M & -T \\ \hdashline 0 & T & S & 0 & -T & 2S \end{array}\right] \qquad M = \frac{12EJ}{L^3} \qquad T = \frac{6EJ}{L^2} \qquad S = \frac{2EJ}{L}$$